***Лекция 13***

**Вынужденные колебания с вязким сопротивлением. Закон движения.**

Рассматривается все та же система, на которую наряду с потенциальными силами действуют силы сопротивления и возмущающие силы.

Потенциальные силы определяются функцией потенциальной энергии П(q): П(0)=0 – нулевой уровень выбран в положении устойчивого равновесия, где П’(0)=0 и П’’(0) = c > 0.

Силы вязкого сопротивления характеризуются функцией Релея Ф, вынуждающие силы представлены обобщенной силой Q. После линеаризации имеем квадратичные формы:

И вынуждающую силу

Записываем уравнение Лагранжа:

Подставляем выражения для Т, П, Ф, Q и получаем уравнение

Решение этого неоднородного уравнения состоит из общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения .

Решение при малом сопротивлении n < k затухает со временем

 

Частное решение ищем в виде:

, А- амплитуда, сдвиг фазы.

Правую часть уравнения представляем в виде

После подстановки в уравнение, находим

Собираем коэффициенты при и

Возведем в квадрат и сложим:

Поделим второе на первое:

Окончательное частное решение

Общее решение дифференциального уравнения колебаний (n < k):

Как всегда, постоянные интегрирования С1 и С2 находим из начальных условий

Откуда

Видим, что С1 и С2 состоят из начальных условий и слагаемых, зависящих от вынуждающей силы. Подставив С1 и С2 в решение увидим, что, как и в вынужденных колебаниях без сопротивления, движения системы состоит из трёх колебаний (n < k):

1. с квазичастотой и амплитудой, зависящей от начальных условий,
2. с квазичастотой и амплитудой, не зависящей от начальных условий
3. собственно вынужденные колебания с частотой р.

Независимо от величины сопротивления n, первые два колебания со временем исчезает и остается собственно вынужденные колебания (частное решение). Поэтому оно представляет особый интерес.

**Зависимости**  **и *ε (z)***

Качественные характеристики строим в безразмерных величинах

Где безразмерный коэффициент сопротивления.

Исследуем зависимость на экстремумы.

Очевидно, что при z = 0 , а при z → →

Рассмотрим подкоренное выражение

Найдем точки подозрительные на экстремум.

Корень существует при любом сопротивлении

Второй корень найдем из

Этот корень уменьшается с увеличением сопротивления и исчезает при сопротивлении

Выясним вид экстремума в нуле.

При производная в нуле отрицательна, значит y имеет max, а минимум в нуле.

Именно при , существует и второй корень z2, в котором имеет максимум, поскольку за минимумом следует максимум.

 Итак, график функции (Рис.1) зависит от величины сопротивления : при функция имеет минимум в нуле и максимум (***резонанс***) при z2. Значение z2 и величина резонансной амплитуды уменьшаются с увеличением сопротивления При большом сопротивлении функция имеет только максимум в нуле.

Видим, что при (56) амплитуда вынужденных колебаний (55) достигает максимального значения при (57). Как известно, увеличение амплитуды при некоторых значениях вынуждающей частоты (z) называется **резонансом**. Таким образом, при наличии сОпределениеотивления резонанс происходит при (58).

При увеличении сОпределениеотивления значение (59) уменьшается, и резонанс достигается все раньше. Можно показать, что при этом амплитуда резонансная будет уменьшаться. При (60) резонанс исчезает, потому что (61). Как известно, при отсутствии сОпределениеотивления график будет (62).

Рис.1

**Исследуем (63).**

Рис (64), (65) => все графики проходят через эту точку.

Выводы:

1. Консервативная система (все силы потенциальны) совершает незатухающие колебания около положения устойчивого равновесия (c>0).
2. Среда (сила вязкого сОпределениеотивления) отнимает у системы полную механическую энергию, поэтому даже при малом сОпределениеотивлении колебания будут затухающими, а при большом сОпределениеотивлении вообще отсутствуют.
3. Если в систему без сОпределениеотивления поступает энергия в виде периодической вынуждающей силы, то появляются вынужденные колебания с частотой вынужденной силы. Их амплитуда достигает бесконечного значения при p = k (явление резонанса), если система не разрушится раньше.
4. Наиболее общей моделью является модель вынужденных колебаний с сОпределениеотивлением, при которых увеличение сОпределениеотивления уменьшает резонансную амплитуду и сводит явление резонанса к нулю при достижении сОпределениеотивления \* (резонанс исчезает).
5. Опасного явления резонанса можно избежать если:

а) работать вдали от зоны резонанса

б) исключить резонанс с помощью денферов.

Есть механизмы, в которых колебания полезны, например, трамптовка, отбойный молоток, транспортер (колеблется).

Страшные последствия резонанса от ветра можно наблюдать на видео разрушение моста в 1940 году

http://www.youtube.com/watch?v=j-zczJXSxnw&feature=related